

# Tangent till en kurva

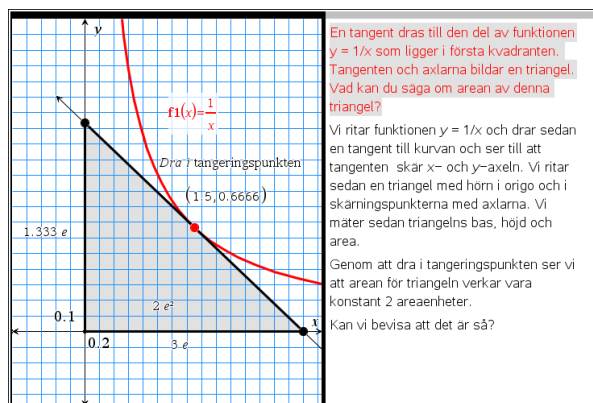
En tangent dras till den del av funktionen  $y = 1/x$  som ligger i första kvadranten. Tangenten och axlarna bildar en triangel. Vad kan du säga om arean av denna triangel?

Den här övningen passar bra för kurs 3 i samband med genomgång av derivata. Vi utnyttjar en hel del CAS-funktioner. Dock kan man göra en hel del algebraiska manipulationer "för hand". Det viktiga är dock inter dessa algebraiska manipulationer utan resonerandet fram till lösningen, med och utan derivata.

**Sid 1:** Vi ritar funktionen  $y = 1/x$  och drar sedan en tangent till kurvan och ser till att tangenten skär x- och y-axeln. Vi ritar sedan en triangel med hörn i origo och i skärningspunkterna med axlarna. Vi mäter sedan triangelns bas, höjd och area.

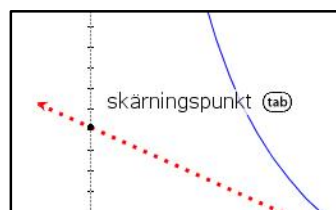
Genom att dra i tangeringspunkten ser vi att arean för triangeln verkar vara konstant 2 areaenheter.

Kan vi bevisa att det är så?



**Instruktioner för ritningen:** Rita först funktionen. Med geometriverskygets alternativ Punkter och linjer kan du sedan rita en tangent till kurvan. Markera en punkt på kurvan och tangenten ritas. Dra sedan ut tangentens pilar så att de skär axlarna.

Därefter väljer du *Punkt* bland geometriverskygen och placerar punkter i skärningspunkterna med axlarna.



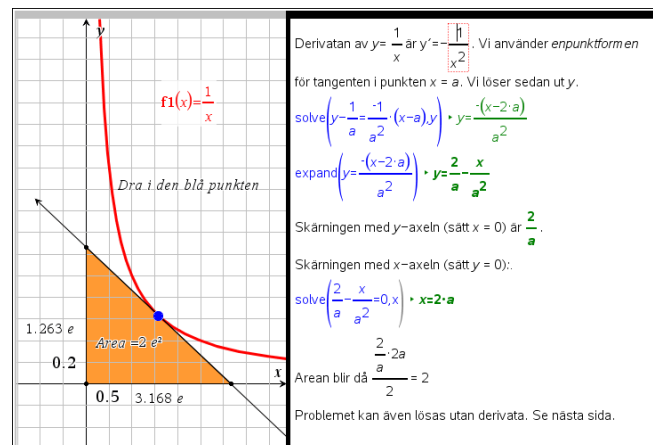
Rita sedan en triangel med hörn i origo och skärningspunkterna med axlarna. Rita också två linjesegment för triangelns kateter. Dessa linjesegment läggs ovanpå triangelns kanter. Därefter kan du mäta triangelns area och kateternas längder. Nu kan du dra i tangeringspunkten.

**Sid 2:** Här visar vi hur man löser problemet med derivata. Man känner till att derivatan av  $1/x$  är  $-1/x^2$ .

Sedan använder man enpunktformen  $y - y_1 = k(x - x_1)$  i punkten  $(a, 1/a)$ :

$$y - \frac{1}{a} = -\frac{1}{a^2}(x - a)$$

Fortsatta instruktioner ges på sidan. Vi använder en del CAS-verktyg, t.ex. *expand* som utvecklar uttryck, och *solve*, som löser ekvationer algebraiskt.



**Sid 3:** Här visar vi också hur man kan lösa problemet utan derivata. Här gäller det att förstärkt att det bara finns en lösning till den ekvation vi ska lösa. Lösningen är ju en tangeringspunkt.

