

## Antal kast tills man får en sexa

Detta är en övning som man brukar göra för hand i många klasser. Fördelen med att använda digitalt stöd är bl.a. att man hinner utföra ett mycket stort antal "kast" och kan få sammanställda resultat mycket snabbt, både på individnivå och för en större grupp.

Övningen passar att använda redan i kurs 1. Enligt ämnesplanerna ska man då behandla begreppen beroende och oberoende händelser samt visa på metoder för beräkning av sannolikheter vid slumpförsök i flera steg.

En viss vana vid TI-Nspire krävs och det är också bra om man har bekantat sig med kalkylprogram.

**Sid 3:** I försöket kan man göra fler kast än 100 om man vill. Titta gärna hur liten sannolikheten är efter många kast. Efter 30 kast är den mindre än 0,0001.

A	antal_kast	B	sannolikhet	C	D	ET	FT
=	seq(x,x,1,100)	=	1/6*(5/6)^(antal_k				
28.	28.	0.001213263427					
29.	29.	0.001011052856					
30.	30.	8.42544046617E-4					
31.	31.	7.02120038848E-4					
32.	32.	5.85100032373E-4					
33.	33.	4.87583360311E-4					

830 = 8.425440466174E-4

I kolumn A har vi antalet kast. Vi döper kolumnen till **antal\_kast**. Enklaste sättet att skapa en sådan lista är att mata in en instruktion för en talföljd i formelcellen. Om vi ska ha 100 rader, dvs. för att beräkna sannolikheter från 1 kast till 100 kast så blir formeln **seq(x,x,1,100)**.

I kolumn B (variabelnamn **sannolikhet**) har vi sannolikheterna för att få en sexa i första, andra, ... 100:e kastet. Nu har vi alltså beräknat sannolikheterna att få en sexa efter 1, 2, 3, ... kast.

### Sid 4:

Här kommer det som kanske är svårast att hänga med på. Vi måste ju multiplicera de beräknade sannolikheterna med antalet kast och sedan summera hela listan.

Genom att infoga en ruta för matematiska beräkningar kan vi direkt genomföra denna beräkning. Vi får svaret 5,9999..

För att beräkna det **förväntade** värdet för antalet kast som behövs måste vi summera

**1 gång** sannolikheten för att få en sexa i kast nr 1

**2 gånger** sannolikheten för att få en sexa i kast nr 2 osv.

Om vi betecknar sannolikheterna som  $p(1), p(2) \dots p(100)$  så blir uträkningen:

$$1 \cdot p(1) + 2 \cdot p(2) + 3 \cdot p(3) + \dots + 100 \cdot p(100) =$$

$$= 1 \cdot 1/6 + 2 \cdot 5/6 \cdot 1/6 + 3 \cdot (5/6)^2 \cdot 1/6 + \dots + 99 \cdot (5/6)^{98} \cdot 1/6 + 100 \cdot (5/6)^{99} \cdot 1/6$$

eller med en formel

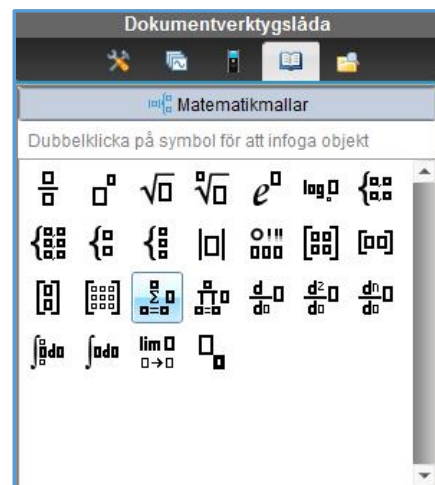
$$\text{sum}(\text{antal\_kast} \cdot \text{sannolikhet}) = 5.99999872009$$

Vi ser att vi kommer väldigt nära det exakta värdet 6.

En **exakt** beräkning ger resultatet 6.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( n \cdot \frac{1}{6} \cdot \left( \frac{5}{6} \right)^{n-1} \right) = 6$$

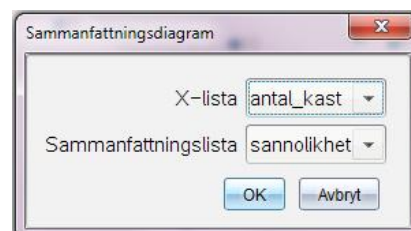
Längst ner på sidan gör vi sedan en exakt beräkning med programmet CAS-motor. Man använder då mallen för att infoga summasymbolen. Du kan naturligtvis hoppa över denna beräkning om det blir för svårt att förstå vad summasymbolen står för.



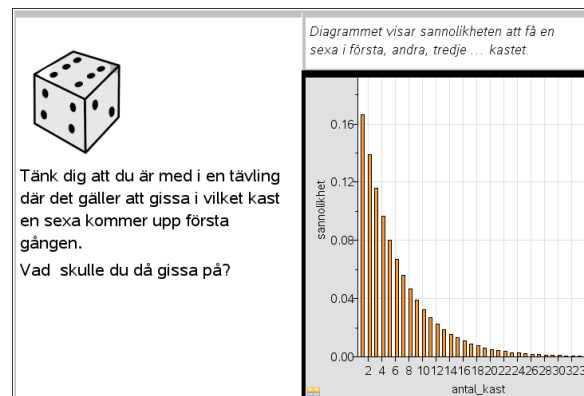
### Sid 5:

Här ställer vi en fråga. Efter genomgången kanske många skulle gissa på 6 kast. Det här är dock en annan frågeställning.

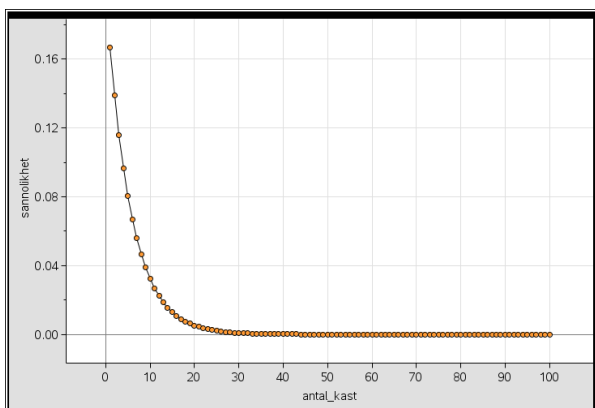
Vi har också gjort ett diagram på Data&Statistikside med de variabler vi har i kalkylarket. Vi har ritat som ett stapeldiagram. Klicka först på x-axeln och välj "Lägg till x-variabel med översiktslista". Då kommer följande dialogruta upp:



Klicka på OK.



Du kan dock rita samma sak som ett spridningsdiagram.



En variant på detta problem är: Jag kastar en tärning en gång. Hur stor är sannolikheten att jag få fler prickar på min tärning andra gången jag kastar?

Man kan här resonera på olika sätt. Elever som har svårt att få grepp om problemet kan t.ex. göra en simulering och titta. Här har vi gjort en simulering på 1000 kast och räknat ut differensen. Om man trycker på Ctrl r får vi nya slumpantal och diagrammet uppdateras. Simulerar man många gånger så kan man upptäcka symmetrin (lika många över som under 0) i diagrammet.

