

Stage algorithmique 1 TI-Nspire	Pour débiter (fiche 1/3) La boucle Pour
--	---

Le problème : le but de cet exercice est de conjecturer une formule donnant la somme des entiers de 1 à n en fonction de n .

1. Un premier essai à la main

$S_3 = 1 + 2 + 3 = \dots$ $S_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = \dots$ $S_5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \dots$

Comment calculer S_6 à partir de S_5 ? :

Plus généralement, comment calculer S_n si on connaît S_{n-1} ? :

On peut donc de proche en proche, en partant de $S = 0$, passer à $S_1 = S + 1$, puis à $S_2 = S_1 + \dots$, puis à $S_3 = S_2 + \dots$, etc. jusqu'à $S_n = \dots$

2. La programmation

Algorithme	Programme
n est un argument du programme ¹ Initialiser une variable s à zéro Pour i allant de 1 à n de 1 en 1 Remplacer s par $i + s$ Fin de la boucle Pour Afficher s	Define boucle1 (n)= $s := 0$ For i , 1, n , 1 $s := \dots$ EndFor Disp s

Remarque : l'instruction $s := 0$ est équivalente à $0 \rightarrow s$.

3. Comprendre la boucle : Pour ... End

Lorsque la calculatrice rencontre l'instruction : For i , 1, n , 1 (Pour i allant de 1 à n de 1 en 1), elle crée une variable i qu'elle initialise à 1 ; elle teste ensuite le contenu de i afin de savoir s'il dépasse la valeur de fin de boucle (ici n).

- **Si la valeur de i est inférieure ou égale** à la valeur n de fin de boucle, on entre dans la boucle et on exécute toutes les instructions qui s'y trouvent, puis dès que le programme rencontre l'instruction de fin de boucle, on repart au début de la boucle, on ajoute 1 à la valeur de i et on teste à nouveau i et ainsi de suite..
- **Si la valeur de i est strictement supérieure** à la valeur de fin de boucle, on n'exécute pas le contenu de la boucle, mais le programme saute directement à l'instruction qui suit la fin de la boucle.

Combien de fois l'instruction Afficher « BONJOUR » est-elle exécutée dans chacune des boucles suivantes ?

Pour i allant de 1 à 1 Afficher « BONJOUR » Fin de la boucle	Pour i allant de 1 à 3 Afficher « BONJOUR » Fin de la boucle	Pour i allant de 1 à 2.5 Afficher « BONJOUR » Fin de la boucle
.....

¹ Il suffira de remplacer n par le nombre souhaité en demandant l'application du programme :
 boucle1(4)  affichera le résultat pour $n = 4$.

4. L'exemple de la question 2 détaillé pas à pas

Dans le programme de la question 2, trois variables sont utilisées.

On choisit, pour illustrer notre exemple, de fixer n à 3.

Lire alors le tableau suivant afin de bien comprendre le fonctionnement de la boucle Pour.

	n	i	s	Commentaires
Début du programme	3		0	On saisit la valeur de n . On initialise s à zéro.
On rencontre la boucle Pour (une première fois)	3	1	1	i est initialisé à 1, i est comparé à n . On entre dans la boucle, on ajoute 1 à s qui prend la valeur 1. Le programme rencontre l'instruction de fin de boucle et reprend au début de la boucle.
On rencontre la boucle Pour (une deuxième fois)	3	2	3	i augmente de 1 ($i = 2$), i est comparé à n . On entre dans la boucle, on ajoute 2 à s qui prend la valeur 3. Le programme rencontre l'instruction de fin de boucle et reprend au début de la boucle.
On rencontre la boucle Pour (une troisième fois)	3	3	6	i augmente de 1 ($i = 3$), i est comparé à n . On entre dans la boucle, on ajoute 3 à s qui prend la valeur 6. Le programme rencontre l'instruction de fin de boucle et reprend au début de la boucle.
On rencontre la boucle Pour (une quatrième fois)	3	4	6	i augmente de 1 ($i = 4$), i est comparé à n . La valeur de i étant strictement supérieure à n , on sort de la boucle Pour. On affiche alors le contenu de s .

On peut observer l'écran ci-contre.

Le programme de la question 2 a été exécuté avec la valeur $n = 3$.

Une fois le programme exécuté, on a demandé d'afficher la valeur des variables i et s en tapant leur nom au clavier et en appuyant sur la touche .

<i>boucle1(3)</i>	
6	
<i>Terminé</i>	
<i>i</i>	4
<i>s</i>	6

5. La conjecture

Saisir le programme de la question 2 et l'exécuter pour les valeurs 4, 7, 12 et 37 de n .

Compléter alors le tableau ci-contre.

n	s	$2s/n$
4		
7		
12		
37		

Quelle formule peut-on avancer pour l'expression de s en fonction de n ?

$s = \dots\dots\dots$

Vérifier cette conjecture pour différentes valeurs de n à l'aide du programme.

Attention, ceci ne constitue pas une preuve et cette formule doit maintenant être démontrée....