Racines d'un trinôme du 2nd degré

TI-82 Advanced
Edition Python

TI-83 Premium CE
Edition Python

Enoncé

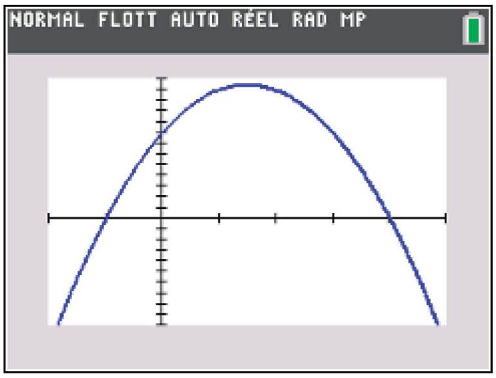
On considère le trinôme du 2nd degré suivant, défini sur ℝ : $f(x) = -2x^2 + 6x + 8$

1. A l'aide de la calculatrice, conjecturer une racine négative de f. Démontrer cette conjecture.
2. Calculer l'image de 4 par f. En déduire la forme factorisée de $f(x)$.
3. Expliquer pourquoi le maximum de la fonction f sur ℝ est atteint pour $x = 1{,}5$.

1. Racine négative de *f*

La première étape consiste à tracer la représentation graphique du trinôme.

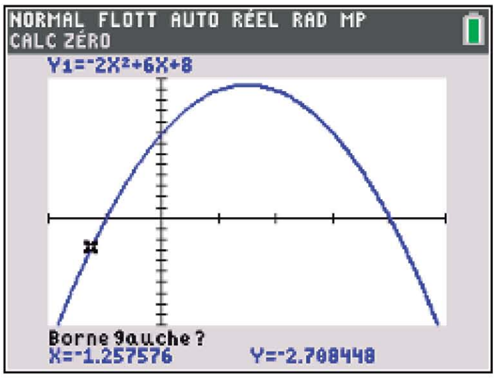
- Dans le menu [f(x)] (graph stats f1), on entre la fonction dans **Y1**.
- On cadre la parabole, à l'aide du menu [fenêtre] (déf table f2).
  Pour plus d'informations sur le cadrage d'un graphique, vous pouvez consulter la fiche 04-TRACER-CADRER UNE FONCTION.
- On peut déjà observer que ce trinôme semble admettre deux racines réelles distinctes, une négative et l'autre positive.

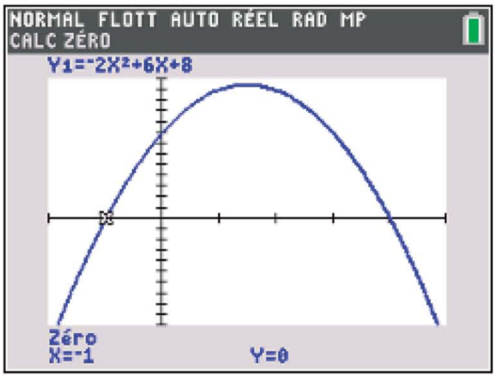


A présent, nous allons utiliser la calculatrice pour localiser la racine négative dont parle l'énoncé.

- Dans le menu [2nde] [trace] (calculs f4), on sélectionne `2:racine` et on valide à l'aide de la touche [entrer].

- Désormais, on doit saisir à la calculatrice un intervalle dans lequel elle va rechercher une racine de notre trinôme. Rappelons ici que nous cherchons la valeur de la racine négative du trinôme.
  - On commence par définir la borne de gauche de notre intervalle. On se place donc à l'aide des flèches de direction à une abscisse de valeur inférieure à celle de la racine recherchée.
  - On fait de même pour la borne de droite demandée par la calculatrice.
  - Pour la 3ème et dernière étape, la calculatrice nous demande une valeur initiale. Cette étape est nécessaire car l'algorithme utilisé par la calculatrice est celui de Newton. Néanmoins, dans l'immense majorité des cas, il suffira d'appuyer sur [entrer] une dernière fois.
  - On lit la valeur de la racine, ici -1. Attention, cette valeur peut être approchée : il convient de valider la conjecture par un calcul.





$$f(-1) = -2 \times (-1)^2 + 6 \times (-1) + 8 = -2 - 6 + 8 = 0$$

Ce document est mis à disposition sous licence Creative Commons
http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.0/fr/

© Texas Instruments 2022 / Photocopie autorisée

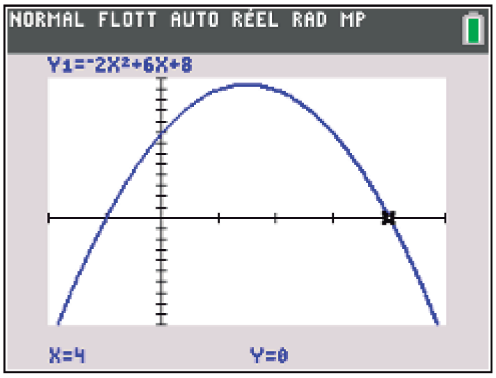
Racines d'un trinôme du 2nd degré

2. Seconde racine

Avant de faire le calcul, on peut déterminer l'image de 4 par la fonction f à l'aide de la calculatrice.

Dans le menu [2nde] [trace] (calculs f4), on sélectionne la commande **1:image**.

A l'invite de la calculatrice, dans le bandeau **X=**, on entre la valeur 4 et on valide par [entrer].



Un calcul nous permet alors de valider cette conjecture :

$$f(4) = -2 \times 4^2 + 6 \times 4 + 8 = -32 + 24 + 8 = 0$$

La seconde racine de f est donc 4, ce qui nous permet d'obtenir la forme factorisée du trinôme f (en faisant bien attention au signe de la racine négative) : $f(x) = -2(x+1)(x-4)$

3. Abscisse du maximum

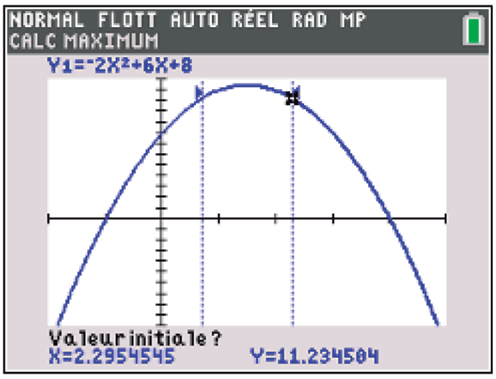
Pour déterminer les coordonnées du sommet de la parabole, nous allons utiliser la commande **4:maximum**, disponible dans le menu [2nde] [trace] (calculs f4).

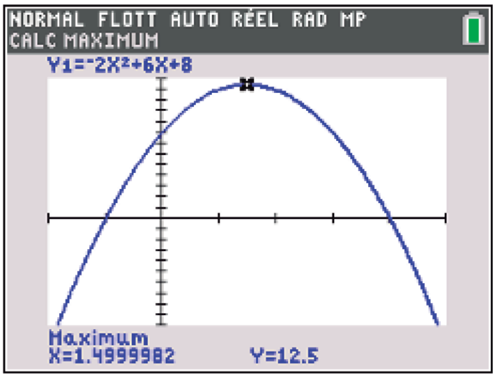
Cette commande fonctionne exactement sur le même principe que la commande **2:racine**, vue précédemment dans cette fiche.

- On commence par définir la borne de gauche de notre intervalle. On se place donc à l'aide des flèches de direction à une abscisse de valeur inférieure à celle du maximum recherché.
- On fait de même pour la borne de droite demandée par la calculatrice.
- Pour la 3ème et dernière étape, la calculatrice nous demande une valeur initiale. Cette étape existe, de par l'algorithme utilisé par la calculatrice. Toutefois, étant donné que l'on construit généralement un intervalle où l'on ne rencontre pas de problème mathématique majeur, il suffira d'appuyer une dernière fois sur la touche [entrer].
- On lit la valeur de l'abscisse du sommet de la parabole, ici 1,5. Attention, cette valeur peut être approchée : il convient de valider la conjecture par un calcul.

  On rappelle que cette valeur est la moyenne des 2 racines du trinôme :

$$x = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$





Ce document est mis à disposition sous licence Creative Commons
http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.0/fr/

© Texas Instruments 2022 / Photocopie autorisée