

Énoncé

On considère le polynôme de degré 3 défini sur \mathbb{R} suivant : $P(x) = (x + 1)(x - 2)(x - 5)$

- Résoudre l'équation $P(x) = 0$.
- Compléter le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-1	2	5	$+\infty$
$x + 1$					
$x - 5$					
$x - 2$					
$P(x)$					

- Compléter le tableau de variations suivant (arrondir à 10^{-2} si nécessaire) :

x	-2	\dots	\dots	6
$P(x)$	\dots	\nearrow	\searrow	\nearrow

1. Détermination des racines

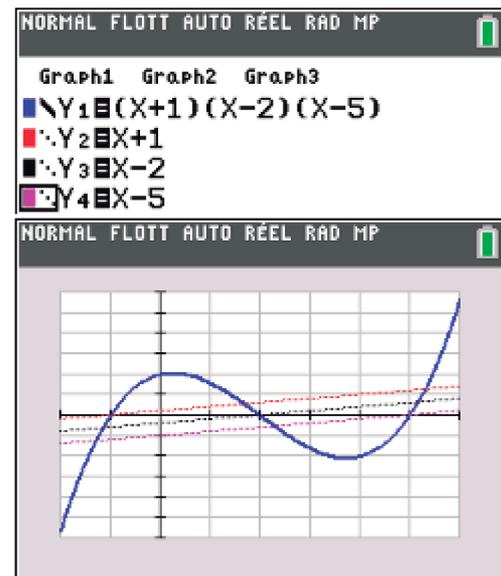
Un produit de facteurs est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul ($A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0$ ou $B = 0$). D'où :

$$\begin{aligned}
 P(x) = 0 &\Leftrightarrow x + 1 = 0 \text{ ou } x - 2 = 0 \text{ ou } x - 5 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 2 \text{ ou } x = 5
 \end{aligned}$$

2. Tableau de signes

Afin de nous aider à compléter ce tableau de signes, nous allons tracer la représentation graphique du polynôme P . De plus, pour chacun de ses facteurs, nous allons également tracer la représentation graphique des fonctions affines associées.

- Dans le menu $\boxed{f(x)}$, on saisit l'expression de $P(X)$ dans $Y1$, puis celles de ses facteurs dans $Y2$, $Y3$ et $Y4$. En plaçant le curseur sur le rectangle de couleur et en appuyant sur $\boxed{\text{entrer}}$, il est possible de modifier la couleur, ainsi que le style du tracé.
- Avant de tracer ces fonctions, on utilise le tableau de valeurs de ces dernières pour configurer la $\boxed{\text{fenêtre}}$. Pour une aide à ce sujet, consulter la fiche 04-Tracer et cadrer une fonction.



La lecture de ce graphique nous permet alors de compléter le tableau de signes avec précision :

x	$-\infty$		-1		2		5		$+\infty$
$x + 1$		-	0	+		+		+	
$x - 5$		-		-		-	0	+	
$x - 2$		-		-	0	+		+	
$P(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

En cas de doute sur les racines de ces différentes fonctions, on peut toujours utiliser la commande **2:racine** du menu

   (vous pouvez consulter la fichier 05- Racines d'un trinôme du 2nd degré pour davantage de précisions).

3. Tableau de variations

Afin de compléter ce tableau de variations, nous allons procéder en 2 étapes distinctes :

- Tout d'abord, nous allons déterminer les images de -2 et de 6 par le polynôme P . A cette fin, dans le menu    , on utilise la commande **1:image**. Une fois dans la fenêtre graphique, à l'aide du bandeau inférieur, on entre la valeur de notre antécédent, en commençant par -2 . On obtient le résultat $P(-2) = -28$. On procède de même pour l'image de 6 par P pour obtenir $P(6) = 28$.
- Pour obtenir les coordonnées manquantes du tableau, dans le même menu que précédemment, on utilise les commandes **3:minimum** et **4:maximum**. A chaque fois, une fois dans la fenêtre graphique, on procède en 3 étapes :
 - On se place à gauche de notre extremum local, et on valide par .
 - On se place ensuite à droite de notre extremum local, et on valide par .
 - Enfin, on valide par .

On obtient alors le tableau complet suivant :

x	-2	≈ 0.27	≈ 3.73	6
$P(x)$	-28	≈ 10.39	≈ -10.39	28

