

Algebra veranschaulichen – mit dem TI-Nspire™ in der Sekundarstufe I

Günter Heitmeyer

In einem Schulversuch des Landes Niedersachsen, beginnend im Schuljahr 08/09, geht es um folgendes Anliegen: **Mathematische binnendifferenzierende Kompetenzentwicklung** in einem mit neuen Technologien unterstützten Mathematikunterricht (MabiKom).

Für die Klassenstufen 7/8 wird dabei der TI-Nspire™ als Handheld-Rechner eingesetzt. Das methodische Konzept bei der Arbeit mit den beiden verfügbaren Rechnertypen (GTR oder CAS) ist gleich. Man muss sich nur vorstellen, dass der TI-Nspire™ CAS mit einer gegenüber dem TI-Nspire™ GTR erweiterten Software arbeitet. Probleme, die ich für den TI-Nspire™ GTR gelöst habe, liefen auch auf dem TI-Nspire™ CAS. Ich kann also ein Problem zunächst für die GTR - Version entwickeln, die Lösung unter einem problembezogenen Namen abspeichern, die elektronische Datei mittels Kabel auf den CAS - Rechner übertragen und dann die erweiterten Lösungsmöglichkeiten nutzen. Für Lehrerinnen und Lehrer bedeutet dies, dass Entwicklungen weitgehend übertragen werden können, wenn man vom GTR zum CAS aufsteigt.

Die folgenden Dinge gelten für alle TI-Nspire™ Handheld-Rechner und bestimmen die Anwendungsmöglichkeiten:

- (1.) Es werden Problemlösungen abgespeichert.
- (2.) Die Belegungen der Variablen gelten nur für das gerade aktive Problem.
- (3.) Die Problemlösung geschieht auf sogenannten Seiten, die gemäß ihrer Anwendung ausgewählt werden: „Calculator“, „Graphs & Geometry“; „Lists & and Spreadsheets“, „Notes“, „Data & Statistics“.
- (4.) Gespeichert werden Dokumente, die ggf. mehrere Problemlösungen enthalten. Die Nummerierung der Seiten nach Problemen folgt der Systematik: 1.1, 1.2, 1.3, ..., 2.1, 2.2, 2.3, ... usw.

Darstellung von Termen als Funktionen

Mit dem TI-Nspire™ ist es auch in der GTR - Version möglich, Funktionen mehrerer Veränderlicher darzustellen. Dadurch wird es z. B. möglich, Flächeninhalte und Volumina von Körpern funktional zu behandeln, es geht also um Terme in mehreren Veränderlichen, wie sie besonders auch in der 7. / 8. Klasse vorkommen.

Im gymnasialen Kerncurriculum Niedersachsens für die Klassenstufen 7/8 findet man dazu u.a.: Die Schülerinnen und Schüler

- ... stellen funktionale Zusammenhänge durch Tabellen, Grafen oder Terme dar, auch unter Verwendung des eingeführten Taschenrechners, interpretieren und nutzen solche Darstellungen.
- ... nutzen den eingeführten Taschenrechner beim Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen.
- ... untersuchen, beschreiben und begründen Auswirkungen von Parametervariationen unter Verwendung des eingeführten Taschenrechners.

- ... schätzen und berechnen Längen, Oberflächeninhalt und Volumen von Prismen mit Hilfe von Formeln.

Diesbezügliche Lerngelegenheiten lassen sich mit dem TI-Nspire™ besser umsetzen als beispielsweise mit dem TI-84 Plus, Variablen können aus mehreren Buchstaben bestehen, die verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten sind gegeben und werden verknüpft. Variablen, die in der einen Darstellungsform geändert werden - etwa in der Tabelle - werden zum Beispiel auf die grafische Darstellung übertragen. Bei Neuaufwurf auf der „Calculator“ Seite (bei den früheren Rechnertypen war das der Home-Bildschirm) wird die geänderte Wertbelegung berücksichtigt. Eine Änderung der Wertbelegung einer Variablen auf der „Calculator“ Seite ändert sofort den Wert der gleichen Variablen in der Grafik oder Tabelle.

Dies soll am Beispiel eines Quaders (Volumen, Oberfläche) gezeigt werden.



Abb. 1

Gemäß Abb. 1 werden vier Seiten angelegt: „Calculator“, eine Tabellenseite und 2 Grafikseiten für Volumina und Oberflächeninhalte.

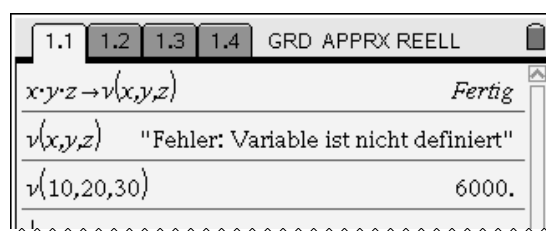


Abb. 2

Abb. 2 zeigt die Definition der Volumenformel bei der GTR - Version. Im Vergleich wurde in Abb. 3 die CAS - Version verwendet, die 2. Zeile zeigt den Unterschied der Rechnertypen auf

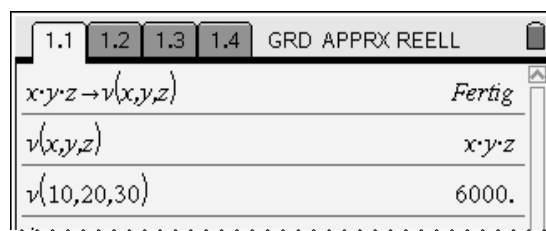


Abb. 3

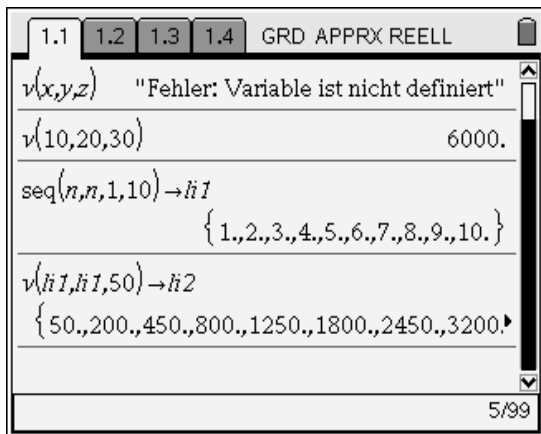


Abb.4

Die Liste „li1“ wird erzeugt und in die Spalte A der Tabelle oben eingefügt. Der erste Quader hat eine quadratische Grundfläche, die über „li1“ verändert wird, mit der Kantenlänge x und der Höhe 50 in Längeneinheiten. Die zugehörigen Volumina (Liste „li2“: $li2 := v(li1, li1, 50)$) werden funktional ermittelt:

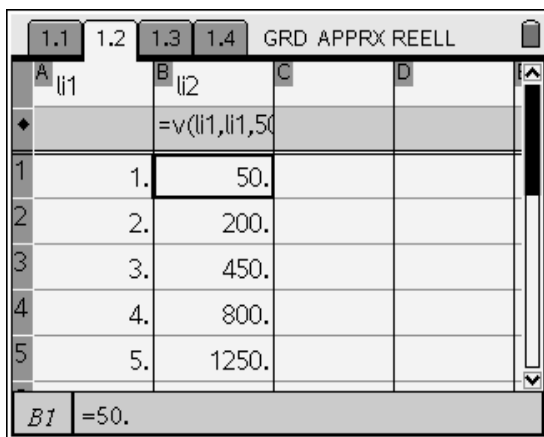


Abb.5

Die Definition könnte auch über die Calculator Seite erfolgen.

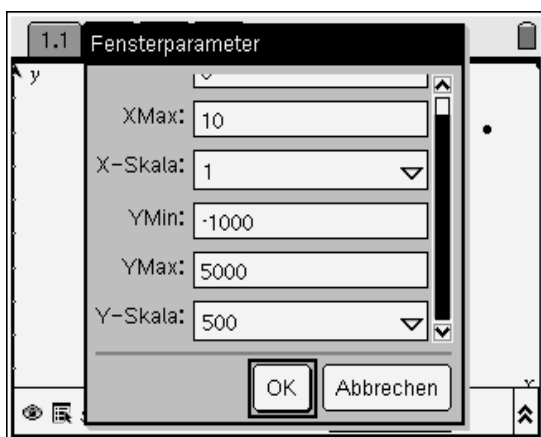


Abb.6

Wenn man auf der Grafikseite nacheinander mit Ansicht „Streu-Plot“ bzw. mit „Funktion“ arbeitet, so erhält man Zusammenhänge zwischen den Listen in den Tabellen und dem Grafen der zugehörigen Funktion:

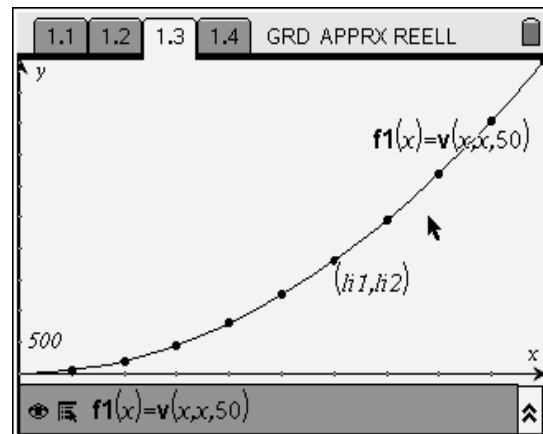


Abb.7

Durch Einsetzen und Termvereinfachung erhält man die Formel $v(x,x,50) = 50 \cdot x^2$.

Die Abbildungen 8 bis 10 illustrieren die Betrachtung der zugehörigen Quader-Oberfläche, der zugehörige Graph wird auf einer zweiten Graphikseite dargestellt.

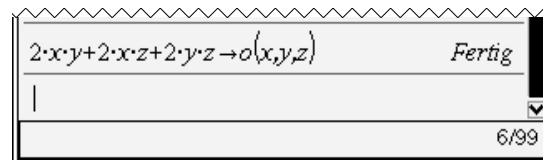


Abb.8

The screenshot shows a table with the following data:

| A | li1 | B | li2 | C | li3 | D |
|---|-----|---|------------------|---|------------------|---|
| | | | $=v(li1,li1,50)$ | | $=o(li1,li1,50)$ | |
| 1 | 1. | | 50. | | 202. | |
| 2 | 2. | | 200. | | 408. | |
| 3 | 3. | | 450. | | 618. | |
| 4 | 4. | | 800. | | 832. | |
| 5 | 5. | | 1250. | | 1050. | |

Below the table, the formula $C1 = 202.$ is shown.

Abb.9

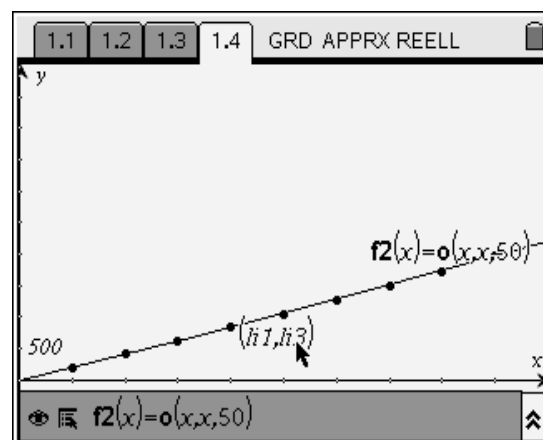


Abb.10

Durch Einsetzen und Termvereinfachung erhält man die Darstellung $o(x,x,50) = 2 \cdot x^2 + 200 \cdot x$.

Der Graph zeigt einen „fast linearen“ Verlauf, ist aber nicht linear. Dies liegt hier nur an den relativ kleinen x Werten zwi-

schen 0 und 10 im Vergleich zur Höhe 50. Man hat also Möglichkeiten, durch Änderung der Parameter die Lösungen auf den einzelnen Darstellungsebenen zu diskutieren.

Andere Quadertypen lassen sich nun mit Einsetzen u. a. von Listen in Terme untersuchen, die Ergebnisse werden als Listen gespeichert :

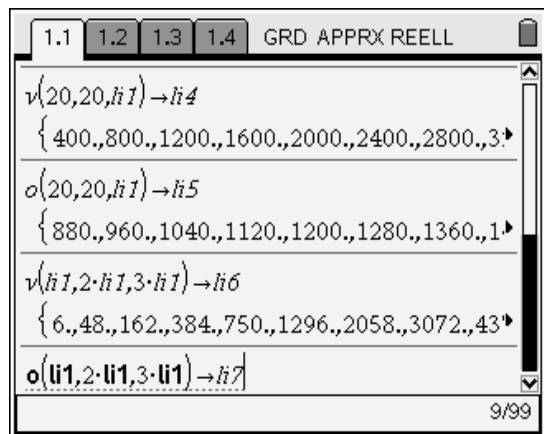


Abb.11

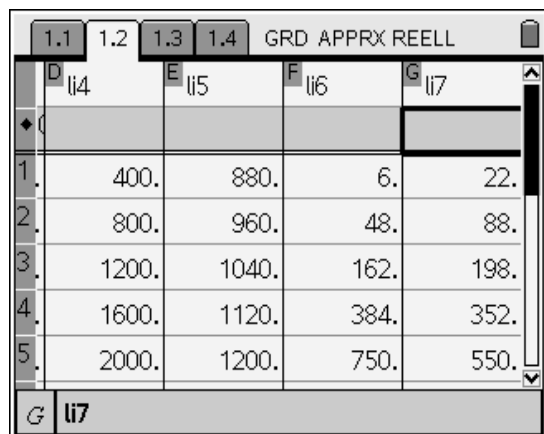


Abb.12

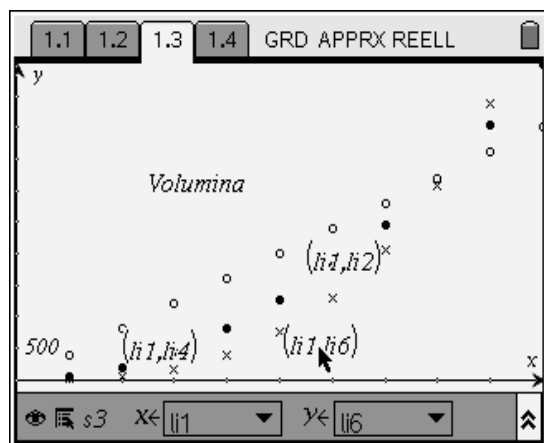


Abb.13

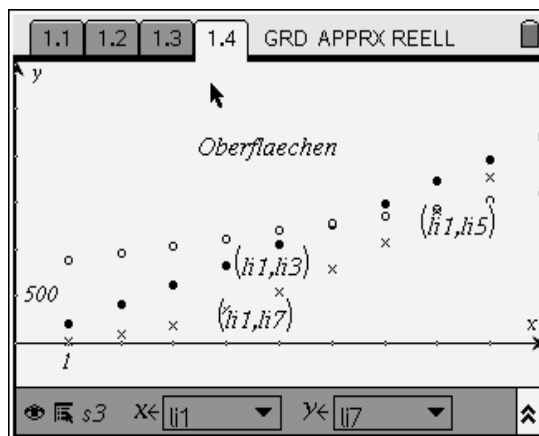


Abb.14

Mit dem TI-Nspire™ CAS könnten die Formeln für Volumen und Oberflächeninhalt direkt bestimmt werden:

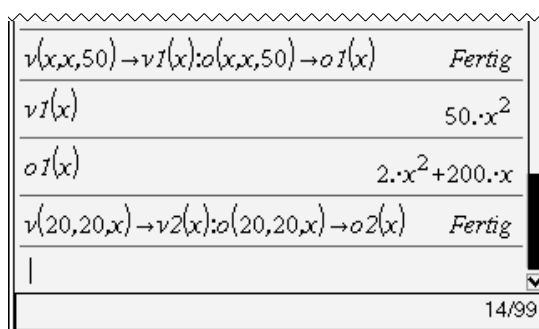


Abb.15

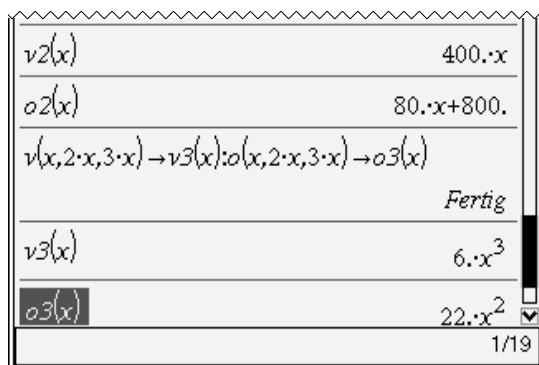


Abb.16

Bei Benutzung eines TI-Nspire™ in der GTR - Version müssen diese speziellen Formeln durch Einsetzen in die Grundformel ermittelt werden. Dies wäre aber auch für CAS Nutzer eine sinnvolle Kontrolle. Für die grafischen Darstellungen sind diese Einsetzungen aber nicht erforderlich, sondern für die Deutungen und ggf. Fehldeutungen des Zusammenhangs.

Die hier am Beispiel des Quaders abgehandelten Methoden lassen sich auf andere Flächen- und Raumprobleme übertragen. Die Untersuchungen mit dem Rechner führen auf unterschiedliche Darstellungen, erlauben tiefere Einsichten und lassen Binnendifferenzierung im Unterricht zu, denn Fragestellungen lassen sich z.B. leicht abändern und erweitern, ganz im Sinne des Kerncurrikulums. Es liegt mir daran, Alltagsprobleme des Schulunterrichtes anzusprechen und methodisch neu aufzuarbeiten, um den Bildungsstandards gerecht zu werden.

Algebra und Geometrie

Im niedersächsischen Kerncurriculum werden als Kompetenzen formuliert: Die Schülerinnen und Schüler

- ... stellen geometrische Sachverhalte algebraisch dar und umgekehrt.
- ... nutzen den eingeführten Taschenrechner und Geometriesoftware zur Darstellung und Erkundung mathematischer Zusammenhänge sowie zur Bestimmung von Ergebnissen.
- ... nutzen den eingeführten Taschenrechner beim Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen.
- ... veranschaulichen und interpretieren Terme.

Problemstellung

Zielsetzung ist ein geometrischer Nachweis der folgenden Gesetze aus der Algebra, bzw. eine Veranschaulichung der Gesetze für positive Zahlen:

$$(1) \quad a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$(2) \quad (x + y) \cdot (b + c) = x \cdot b + x \cdot c + y \cdot b + y \cdot c$$

Der Flächeninhalt eines Rechteckes wird auf unterschiedliche Weisen berechnet. Die Formeln sind also eine Interpretation der Ergebnisse der Flächeninhaltsermittlungen. Je nach Unterrichtssituation kann die folgende Zeichnung mit den Schülerinnen und Schülern entwickelt oder fertig elektronisch überspielt werden. Mit dem TI-Nspire™ steht eine dynamische Geometrie Software zur Verfügung. Zunächst wird ein neues Problem generiert und eine Seite in der Ansicht Ebenegeometrie erzeugt:

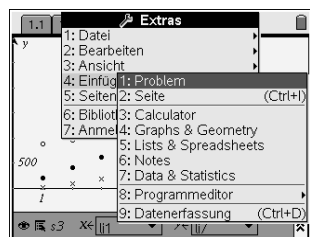


Abb. 17

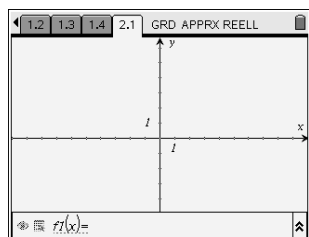


Abb. 18

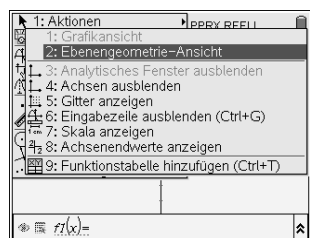


Abb. 19

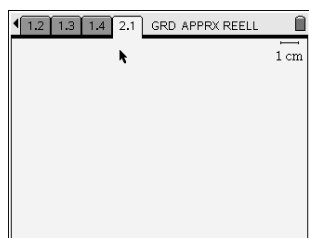


Abb. 20

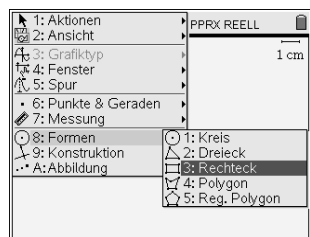


Abb. 21

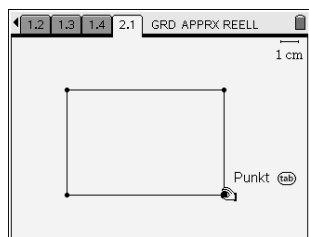


Abb. 22

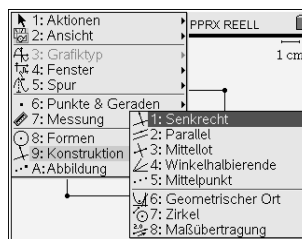


Abb. 23

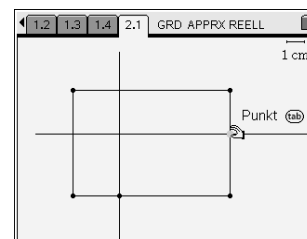


Abb. 24

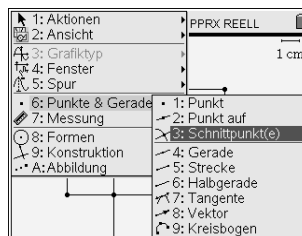


Abb. 25

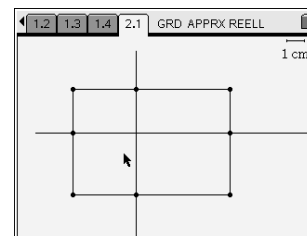


Abb. 26

In den Abbildungen 21 bis 26 wurden ein Rechteck sowie vier Teilrechtecke konstruiert. Der Flächeninhalt des äußeren Rechtecks kann nun auf verschiedene Weisen bestimmt werden, z.B. über die Inhalte der Teilrechtecke. Dazu müssen die Teilstrecken vermessen werden:

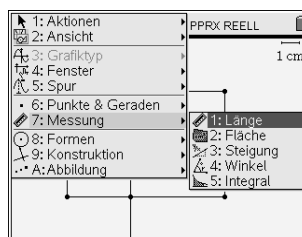


Abb. 27

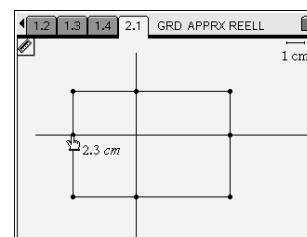


Abb. 28

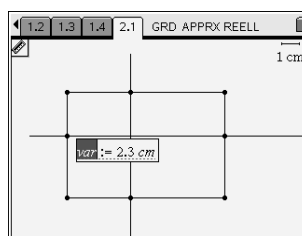


Abb. 29

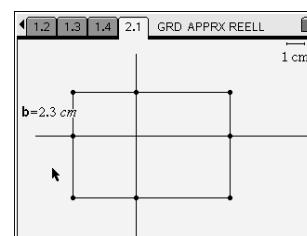


Abb. 30

Analog werden die anderen Längen bestimmt, die Längenmessung wird jeweils durch doppeltes Drücken der ENTER-Taste bestätigt, mit der VAR-Taste wird die Bezeichnung als Variable vorbereitet und dann überschrieben mit der gewählten Bezeichnung. Die Gesamttexthe können an die gewünschte Stelle in der Zeichnung verschoben werden, wenn vorher mit ESC die Längenmessung beendet wird.

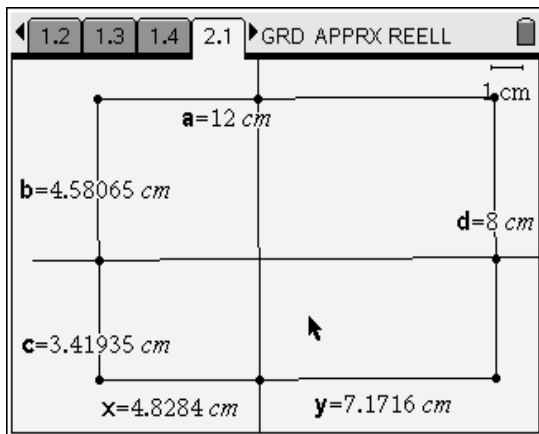


Abb. 31

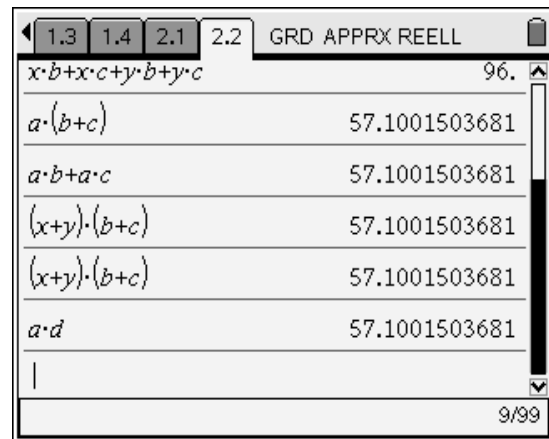


Abb.34

Auf einer Calculator-Seite können anschließend die Flächeninhalte berechnet und verglichen werden.

Durch Kopieren der Formeln in die Eingabezeile erhält man die resultierenden Ergebnisse und bestätigt dadurch die Algebraesetze, die sich aus der Flächeninhaltsgleichheit ergeben für positive Zahlen.

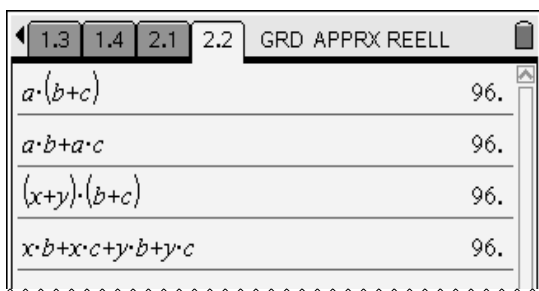


Abb.32

Hinweis: Man könnte auch über den Befehl „Berechnen“ im Menü „Aktionen“ die Ergebnisse auf der Geometrieseite erzeugen, die Darstellung wird dann wegen der Fülle der Informationen etwas unübersichtlich.

Autor:

Günter Heitmeyer
 Parkstr.6
 31655 Stadthagen
guenter.heimmeyer@t-online.de

Im Geometrie-Fenster lassen sich die Abmessungen des Rechtecks mit Hilfe des Zeigers verändern:

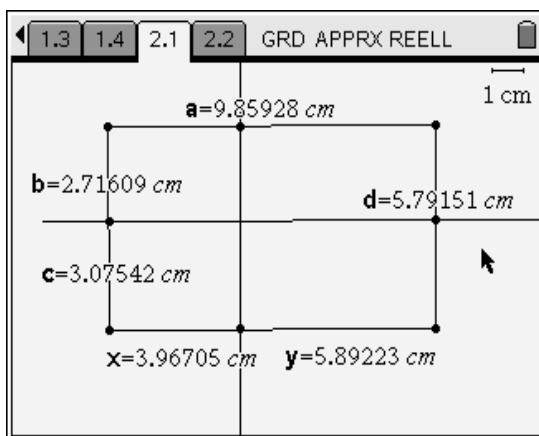


Abb.33